

MPM を用いた摩擦がある斜面上の物体の挙動を解析するためのツール  
 Numerical tool for the behavior of materials on a frictional inclined plane  
 with MPM

東京大学生産技術研究所

小長井研究室

分類	大変形解析、流動シミュレーション
キーワード	MPM、境界特性、土砂流動
開発者	阿部慶太、ヨハンソンヨルゲン、小長井一男
作成年月日	2005年4月
コード名	FSMPM
使用言語	Fortran90

### FSMPM システム

表層崩壊、土石流のような斜面崩壊は、前兆現象が不明確で確認が困難であり滑りを止めることは容易でなく崩壊後は長距離を流下し被害を拡大する。よって、その被害低減に向け土砂の挙動解明および到達距離予測の対策が重要である。本研究では、土砂流動解析ツールの構築に向け、土砂流動等地盤の大変形解析に対しても対応できる MPM (Material Point Method) [1] に、摩擦斜面上の物体の挙動を解析するための解析的工夫を適用することで、摩擦斜面上の物体の挙動を解析するためのツール FSMPM (Frictional slope MPM) を開発した。ここでは、その概要を紹介する。

### プログラムの概要

MPM では陽解法の時刻暦計算を行う。物体は質量をもった微小な要素に分けられ、これらの要素は質量をもった粒子 (Material point) の集合で表される。物体の情報 (ラグランジュ変数) は個別の粒子により空間に固定された要素 (オイラー要素) 上を自由に移動する。粒子により運ばれたラグランジュ変数 (位置、質量、ひずみなどの物質情報) は一定時間刻み毎に粒子の存在する要素に投影され、さらに内挿関数を通して要素の節点に集約される。そして、この節点に対し運動方程式を解き次ステップでの節点での速度増分を求める。この時点で、要素は粒子を載せながら変形しラグランジュ変数も更新される。変形した要素は次ステップに備え、移動した粒子を残して再び元の位置に戻される。

この MPM に以下の解析的工夫を適用することで、摩擦斜面上の物体の挙動を解析できるようにする。はじめに斜面上の摩擦力を表現するため、摩擦面に位置する節点の速度  $\mathbf{v}_i^k$  と加速度  $\mathbf{a}_i^k$  を次式で制御する。

$$\begin{aligned} [\mathbf{n}_i^b \times (\mathbf{a}_i^k \times \mathbf{n}_i^b)]_{\text{update}} &= [\mathbf{n}_i^b \times (\mathbf{a}_i^k \times \mathbf{n}_i^b)] \\ &\quad - \text{sign}\{\mathbf{l}, \mathbf{n}_i^b \times (\mathbf{v}_i^k \times \mathbf{n}_i^b)\} \mu' |\mathbf{a}_i^k \cdot \mathbf{n}_i^b| \\ \mu' &= \begin{cases} \mu & \text{at } \mathbf{v}_i^k \neq 0 \\ \frac{[\mathbf{n}_i^b \times (\mathbf{a}_i^k \times \mathbf{n}_i^b)] \cdot (\mathbf{a}_i^k \cdot \mathbf{n}_i^b)}{[\mathbf{n}_i^b \times (\mathbf{a}_i^k \times \mathbf{n}_i^b)] \cdot (\mathbf{a}_i^k \cdot \mathbf{n}_i^b)} & \text{at } \mathbf{v}_i^k = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{n}_i^b$  は節点  $i$  がある境界面に対し内向きの法線ベクトル、 $\mu$  は斜面の摩擦係数である。

次に、斜面を幾何学的に表すためのオイラー-矩形要素の形状を考える。全体座標系において斜面内では用いられる、傾きをもったオイラー-矩形要素に対し写像関数を用いることで、正規化座標系において正方形として表す。この座標系で内挿関数等を求めることで斜面上での物体の挙動を解析することができる。

### 計算例

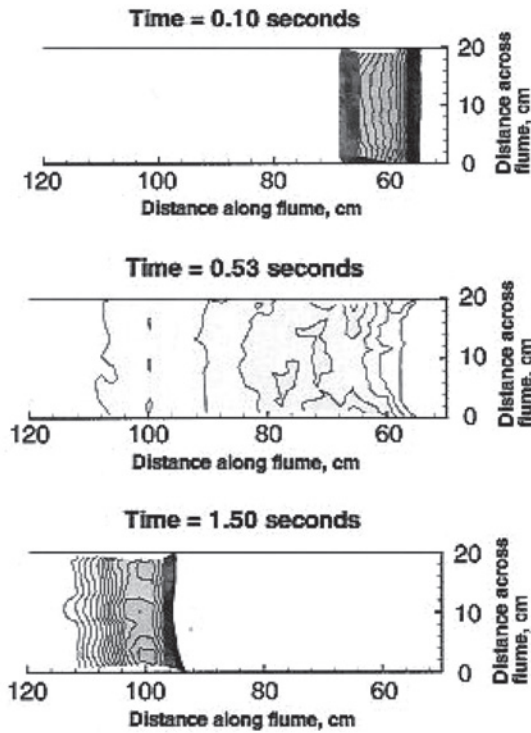


図1 実験結果  
(コンターの間隔は1 mm)

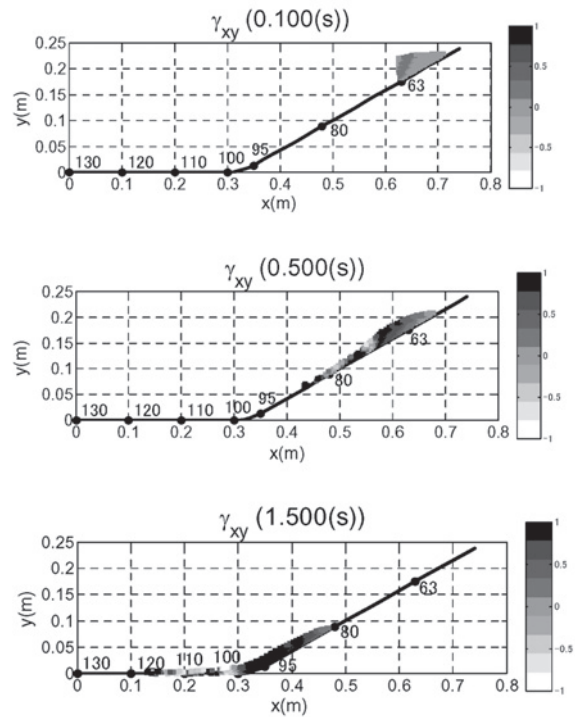


図2 解析結果  
(カラーはせん断ひずみ分布、斜面に沿った数字は実験結果の横軸の長さ (cm) を表す。)

解析する対象として Denlinger ら [2] により行われた乾燥砂の流動実験を扱う。斜面上部の門を引き上げて乾燥砂塊を一定の摩擦係数をもつ斜面へ流下させる。粒子数は334、要素のサイズは0.1m×0.1mとした。実験結果および解析結果を図1、2に示す。挙動の全体的な傾向および砂先端の到達位置に対しては概ね実験を再現している。

### 参考文献

[1] Sulsky, D., S.J., Zhou, and H.L., Schreyer: Application of a particle-in-cell method to solid mechanics, *Computer Physics Communications*, 87, 236-252, 1995. [2] R.P., Denlinger and R.M., Iverson: Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain. 2. Numerical predictions and experimental tests, *Journal of Geophysical Research*, vol. 106, no. B1, pp.553-566, 2001.